فصلنامه علمی تخصصی مدیریت، حسابداری و اقتصاد ، دوره ۲ ، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۷، ص ۳۰-۳۶
ISSN: 2588-3992
http://www.Tajournals.com

عنوان مقاله: بررسی کارایی پاراتو با استفاده از بهره وری متقاطع در تحلیل پوششی داده ها
دوره ۲ / شماره ۲ / تابستان ۱۳۹۷/ ص ۳۶-۳۰

بهبود کارایی پاراتو با استفاده از بهره وری متقاطع در تحلیل پوششی داده ها

سارا فناطی رشیدی
گروه ریاضی، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران

چکیده

ارزیابی کارایی متقاطع، به عنوان یک ابزار گسترده برای تحلیل پوششی داده ها ، دارای کاربرد گسترده ای در ارزیابی و رده بندی واحدهای تصمیم گیر است. متأسفانه ممکن است امتیازهای کارایی متقاطع تولید شده، بهینه- پارتو نباشند؛ که همین امر اثربخشی این روش را کاهش داده است. برای حل این مشکل در این مقاله سعی می کنیم یک رویکرد ارزیابی کارایی متقاطع مبتنی بر بهبود پارتو پیشنهاد شود. که حاوی دو مدل (مدل برآورد بهینگی پارتو و مدل بهبود پارتوی بهره وری متقاطع) و یک الگوریتم می باشد. مدل برآورد بهینگی پارتو برای تخمین این موضوع مورد استفاده قرار می گیرد که آیا مجموعه ای مفروض از امتیازات بهره وری متقاطع می توانند جواب های بهینه- پارتو باشند. اگر این امتیازات بهره وری متقاطع، بهینه پارتو نباشند، پس مدل بهبود پارتو برای ایجاد بهبود پارتوی کارایی متقاطع برای تمام واحد های تصمیم گیرنده مورد استفاده قرار می گیرد. بر خلاف سایر رویکردهای کارایی متقاطع، رویکرد پیشنهادی ما همیشه مجموعه ای از کارایی های متقاطع بهینه- پارتو تحت اصول و مبانی از پیش مشخص برای انتخاب وزن برای این واحد های تصمیم گیرنده به دست می آورد.

واژگان کلیدی: کارایی متقاطع- بهینگی پاراتو- کنترل وزن- واحد تصمیم گیرنده .

10.21859/account-.....

فصلنامه علمی تخصصی مدیریت، حسابداری و اقتصاد ، دوره ۲ ، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۷، ص ۳۰-۳۶
ISSN: 2588-3992
http://www.Tajournals.com

۱ مقدمه

در ارزیابی کارایی متقاطع، هر DMU یک خود ارزیابی کارایی دارد که از روی پرتکرارترین وزن ها و n-1 بهره وری هم درجه که با استفاده از سایر پرتکرارترین وزن های DMU به دست آمده اند، محاسبه شده اند. دست کم سه مزیت بنیادین برای ارزیابی بهره وری متقاطع وجود دارد. نخست این که تقریباً همیشه DMUها را در یک مرتبه منحصربفردی رده بندی می کند. دوم این که جنبه های وزنی غیرمنطقی را بدون هیچ گونه اعمال محدودیت وزنی حذف می کند. و در نهایت این که به طور مؤثری عملکردهای خوب و ضعیف را در بین DMUها تشخیص می دهد. نقص عمده ارزیابی بهره وری متقاطع این است که امتیازات کارایی متقاطع میانگین ایجاد شده برای DMUها، بهینه پارتو نیستند (وو، ۲۰۱۱)؛ [2]که به معنی آن است که به دست آوردن تمام DMUها برای پذیرش این نتایج ارزیابی کارایی متقاطع، کار دشواری است. لیانگ، وو، کوک و ژو (۲۰۰۸) [3]روش دیگری برای پذیرفتنی تر کردن نتایج ارزیابی از سوی DMUها ارائه کردند. در این مقاله، ما یک رویکرد ارزیابی کارایی متقاطع DEA بر مبنای کارای پارتو را پیشنهاد می کنیم. در تمام حالت، روش پیشنهادی، ارزیابی های متقاطع بهینه پارتو برای DMUها ایجاد می کند.

۲ مدل CCR و روش ارزیابی کارایی متقاطع

فرض کنید که تعداد DMU n باید ارزیابی شوند و هر DMU_j (j=1,2,...,n) دارای m ورودی و s خروجی است که به ترتیب به صورت بردارهای $X_j=(x_1,x_2,...,x_{mj})^T\in R_+^m$ و $Y_j=(y_1,y_2,...,x_{sj})^T\in R_+^m$ نمایش داده می شوند. مدل DEA اصلی (مدل CCR) در فرمت برنامه نویسی خطی آن و به شکل زیر نشان داده می شود.

$$
\begin{aligned}
&Max\ E_{dd}=\mu_d^T Y_d\\
&s.t\quad \omega_d^T X_d=1\\
&\qquad \omega_d^T X_j-\mu_d^T Y_j\geq 0\,(j=1,2,...,n)\qquad (1)\\
&\qquad \omega_d\geq 0\\
&\qquad \mu_D\geq 0
\end{aligned}
$$

در مدل (۱)، $\omega_d=(\omega_{1d},\ \omega_{2d},\ ...,\omega_{md})^T\in R_+^m$ و $\mu_d=(\mu_{1d},\ \mu_{2d},\ ...,\mu_{nd})^T\in R_+^s$، به ترتیب بردارهای وزنی متناظر با ورودی و خروجی هستند و "O" بردار صفر است. با حل مدل (۱)، می توانیم راه حل بهینه $\{\omega_d^T,\mu_d^T\}$ برای $DMU_d\,(d=1,2,...,n)$ را به دست آوریم. سپس کارایی متقاطع DMU_j مربوط به DMU_d می تواند به صورت رابطه (۲) محاسبه شود.

$$E_{dj}=\frac{\mu_d^{'T}Y_j}{\omega_d' X_j}\qquad (2)$$

پس امتیاز کارایی متقاطع DMU_j به صورت میانگین E_{dj}(d=1,2,...,n) در رابطه (۳) تعریف می شود. این امتیاز به عنوان یک اندازه بهره وری جدید برای DMU_j مورد استفاده قرار می گیرد.

$$E_j=\frac{1}{n}\sum_{d=1}^{n}E_{dj}\qquad (3)$$

توجه داشته باشید که وزن های بهینه به دست آمده از مدل (۱) نمی تواند برای هر DMU_d منحصر بفرد باشد. برای حل این مسئله، دویله و گرین (۱۹۹۴)، استفاده از مدل های خیرخواهانه و تهاجمی را پیشنهاد کردند که به ترتیب به صورت مدل های (۴) و (۵) نشان داده می شوند.

10.21859/account-.....

فصلنامه علمی تخصصی مدیریت، حسابداری و اقتصاد ، دوره ۲ ، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۷، ص ۳۰-۳۶
ISSN: 2588-3992
http://www.Tajournals.com

$$Max \sum_{r=1}^{s} \mu_{rd} \left(\sum_{j=1,\, j\neq d}^{n} y_{rj} \right)$$

$$s.t. \quad \sum_{i=1}^{m} \omega_{id} \left(\sum_{j=1,\, j\neq d}^{n} x_{ij} \right) = 1 \qquad (4)$$

$$\mu_d^T Y_d - E_{dd} \times \omega_d^T X_d = 0$$

$$\mu_d^T Y_j - \omega_d^T X_j \leq 0 \left(j = 1, 2, ..., n \right)$$

$$\mu_d \geq 0$$

$$\omega_d \geq 0$$

و

$$Min \sum_{r=1}^{s} \mu_{rd} \left(\sum_{j=1,\, j\neq d}^{n} y_{rj} \right)$$

$$s.t. \quad \sum_{i=1}^{m} \omega_{id} \left(\sum_{j=1,\, j\neq d}^{n} x_{ij} \right) = 1 \qquad (5)$$

$$\mu_d^T Y_d - E_{dd} \times \omega_d^T X_d = 0$$

$$\mu_d^T Y_j - \omega_d^T X_j \leq 0 \left(j = 1, 2, ..., n \right)$$

$$\mu_d \geq 0$$

$$\omega_d \geq 0$$

در مدل های (۴) و (۵)، E_{dd} عبارت است از بهره وری CCR مربوط به DMU_d که از مدل (۱) به دست آمده است. هدف مدل خیرخواهانه (۴) عبارت است از بیشینه سازی سایر بهرو وری های متقاطع DMUها؛ درحالی که مدل تهاجمی (۵) تلاش دارد تا بهره وری های متقاطع DMUها را کمینه سازی کند. اولویت هر دو مدل عبارت است از نگه داری بهره وری DMU تحت ارزیابی در سطح بهینه از پیش مشخص شده آن.

۳ مدل تخمین بهینگی پاراتو

هرچند مدل های هدف ثانویه رایج می توانند تعداد جواب های وزن های بهینه امکان پذیر را کاهش دهند (یعنی یک جواب منحصر بفرد ارائه دهند)، اما در حالت کلی، نتایج بهینه پارتو نیستند که این نمی تواند از سوی تمامی DMUها پذیرفتنی باشد. در زمان ایجاد بهبود در امتیازات کارایی متقاطع برای DMUها، DMUها نیاز دارند n دستگاه از وزن ها را انتخاب کنند تا DMUرا برای امتیازات کارایی متقاطع بهتر، مورد ارزیابی مجدد قرار دهند. بهبود امتیازات کارایی متقاطع، مستلزم در نظر گرفتن تمامی DMUها است؛ چرا که بهینگی CCR می گوید که هیچ DMUیی نمی تواند به خودی خود بهره وری خود را ارتقاء بخشد و به طور کلی اگر هدف عبارت است از بهینگی پارتو، پس تمامی DMUها باید درنظر گرفته شوند. در اینجا، دو اصل زیربنایی زیر را بیان می کنیم که در این مقاله، هر دو به عنوان یک هدف برای تشریح هدفمان، مورد نیاز بهینگی پارتو هستند[4].

اصل اول. با در دست داشتن مجموعه‌ای از امتیازات کارایی متقاطع برای DMUها، هنگامی که مجموعه جدیدی از وزن ها برای بهبود یک DMU انتخاب می شود ، مجموعه جدید یابد تضمین کند که کارایی ارزیابی شده جدید DMU، کوچک تر از امتیاز قبلی کارایی متقاطع آن نباشد.

اصل دوم. مجموعه جدید باید تضمین کند که سایر کارایی های متقاطع DMU ها با مجموعه جدید، نباید کوچک تر از امتیازات کارایی متقاطعی که قبلاً ارائه شده اند، باشند.

10.21859/account-.....

فصلنامه علمی تخصصی مدیریت، حسابداری و اقتصاد ، دوره ۲ ، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۷، ص ۳۰-۳۶
ISSN: 2588-3992
http://www.Tajournals.com

تعریف ۱: بر مبنای تئوری بهینگی پارتو، DMUها می توانند درنظر بگیرند که آیا n مجموعه جدید وزنی را می توان انتخاب کرد که بدون ایجاد هیچ امتیاز کارایی متقاطع بدتر، بتوانند امتیازات کارایی متقاطع خود را بهبود بخشند. به منظور بررسی این که آیا یک مجموعه مفروض از امتیازات کارایی متقاطع برای DMUها، کارایی های متقاطع بهینه- پارتو هستند، مدل برآورد بهینگی پارتو (۶) را پیشنهاد می کنیم.

$$
\begin{aligned}
&Min\ Z_d \\
&s.t.\quad \omega_d^T X_d = 1 \\
&\quad \mu_d^T Y_d \geq \theta_d \\
&\quad \omega_d^T X_j - \mu_d^T Y_j \geq 0 \left(j=1,2,...,n\right) \qquad (6) \\
&\quad \theta_j \times \omega_d^T X_j - \mu_d^T Y_j - s_j^d = 0 \left(j \neq d,\ j=1,2,...,n\right) \\
&\quad s_j^d \leq Z_d \left(j \neq d,\ j=1,2,...,n\right) \\
&\quad \omega_d \geq 0 \\
&\quad \mu_d \geq 0 \\
&\quad s_j^d\ free \left(j \neq d,\ j=1,2,...,n\right) \\
&\quad Z_d \geq 0
\end{aligned}
$$

در مدل (۶)، $\{\theta_1 = \theta,....,\theta_n\}$ یک مجموعه مفروض از امتیازات بهره وری متقاطع وجود دارد که باید ارزیابی شود.

در بیان مدل (۶) برآورد بهینگی پارتو، قضایای زیر را داریم.

قضیه ۱. فرض کنید که $\left\{\omega_d^{*T}, \mu_d^{*T}, s_j^{d*}, Z_d^*, \forall j\right\}$ یک جواب بهینه مدل (۶) و متناظر با DMU_d باشد. اگر $Z_d^* = 0$ باشد، پس با حل مدل (۶) برای هر $DMU_k(1,2,...,n)$، داریم $Z_k^* = 0$ که Z_k^*، مقدار بهینه مدل (۶) است.

قضیه ۲. اگر $Z_d^* = 0$ باشد، DMUها دارای قابلیت بهبود امتیازات بهره وری متقاطع خود بدون کاهش امتیازات بهره وری متقاطع هر DMU را دارند.

۴ مدل توسعه کارایی پارتو متقاطع

با استفاده از مدل (۶) برآورد بهینگی پارتو، می توانیم مشخص کنیم که آیا DMUها دارای قابلیت ایجاد امتیازات بهره وری متقاطع خودشان، بدون ایجاد هیچ گونه امتیاز منفی بهره وری متقاطع را دارند. به منظور توسعه پارتو برای امتیازات بهره وری متقاطع که بهره وری های متقاطع توسعه پارتو برای DMUها نیستند، مدل (۷) توسعه پارتوی بهره وری متقاطع را پیشنهاد می کنیم. از نتایج به دست آمده مدل (۶)، اگر $Z_j^* = 0. \forall j$، می دانیم که مدل (۷) همیشه دارای جواب های ممکن است.با حل مدل (۷)، هر DMU یک مجموعه جدید از ورن های ورودی و خروجی به دست خواهد آورد.

$$
\begin{aligned}
&Max\ \ \mu_d^T Y_d \\
&s.t.\quad \omega_d^T X_d = 1 \qquad (7) \\
&\quad \omega_d^T X_j - \mu_d^T Y_j \geq 0 \left(j=1,2,...,n\right) \\
&\quad \theta_j \times \omega_d^T X_j - \mu_d^T Y_j \leq 0 \left(j=1,2,...,n\right) \\
&\quad \omega_d \geq 0 \\
&\quad \mu_d \geq 0
\end{aligned}
$$

10.21859/account-.....

فصلنامه علمی تخصصی مدیریت، حسابداری و اقتصاد ، دوره ۲ ، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۷، ص ۳۰-۳۶
ISSN: 2588-3992
http://www.Tajournals.com

با میانگین گیری امتیازات بهره وری خود ارزیابی و ارزیابی جفتی برای هر DMU_d، می توانیم متناظر بهره وری متقاطع بهبود یافته پارتو برای DMU را به صورتی که در رابطه (۸) تعریف خواهد شد به دست آوریم.

تعریف ۲. $\{\omega_d^{*T}, \mu_d^{*T}\}$ را به عنوان یک جواب بهینه برای مدل (۷) نسبت به DMU_d درنظر بگیرید. برای هر DMU_j،

$$\theta_j = \frac{1}{n}\sum_{d=1}^{n}\frac{\mu_d^{*T}Y_j}{\omega_d^{*T}X_j} \qquad (8)$$

به صورت بهره وری متقاطع بهبود یافته پارتو تعریف می شود.

5 مثال عددی

به منظور تجسم نمودن مدل های ارزیابی بهره وری متقاطع بهینه-پارتو و الگوریتم پیشنهادی بالا، از یک مثال عددی کوچک تر از لیانگ (۲۰۰۸)]استفاده می کنیم که مشتمل بر پنج DMU است. هر DMU دارای سه ورودی و دو خروجی است که در جدول ۱ نمایش داده شده است.

جدول (۱). ورودی ها وخروجی ها

DMU	ورودی ها			خروجی ها	
	X_1	X_2	X_3	Y_1	Y_2
DMU1	7	7	7	4	4
DMU2	5	9	7	7	7
DMU3	4	6	5	5	7
DMU4	5	9	8	6	2
DMU5	6	8	5	3	6

DMUها را با استفاده از مدل (۱) CCR، مدل (۳) بهره وری متقاطع رایج، مدل (۴) خیرخواهانه، مدل (۵) تهاجمی و الگوریتم پیشنهادی، مورد ارزیابی قرار می دهیم. نتایج ارزیابی ها در جدول ۲ فهرست شده اند.

جدول (۲). نتایج حاصل از مثال عددی

DMUها	CCR	متقاطع بهینه-پارتو	دلخواه	خیرخواهانه	تهاجمی
	Model1	الگوریتم پیشنهادی	Model3	Model4	Model5
DMU1	0.6857	0.5715	0.4743	0.5616	0.4473
DMU2	1.0000	1.0000	0.8793	0.9295	0.8895
DMU3	1.0000	1.0000	0.9856	1.0000	0.9571
DMU4	0.8571	0.7500	0.5554	0.6671	0.5843
DMU5	0.8571	0.5999	0.5587	0.5871	0.5186

10.21859/account-.....

فصلنامه علمی تخصصی مدیریت، حسابداری و اقتصاد ، دوره ۲ ، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۷، ص ۳۰-۳۶
ISSN: 2588-3992
http://www.Tajournals.com

۷نتایج

به دلیل توانایی خوب در ارزیابی و رده بندی DMUها، ارزیابی بهره وری متقاطع DEA به طور گسترده‌ای در یک طیف وسیع از حوزه های گوناگون اجرا می گردد. با این وجود، مشکلی که می تواند با این شیوه ارزیابی ایجاد گردد، این است که ممکن است تمام DMUها امتیازات حاصل از این ارزیابی متقاطع را به عنوان امتیاز اندازه بهره وری خود نپذیرند، چرا که امتیازات بهره وری متقاطع رایج معمولاً با جواب های بهینه-پارتو سازگاری ندارند. به منظور حل این مشکل، ابتدا یک مدل برآورد بهینگی پارتو پیشنهاد کردیم تا مشخص شود آیا یک مجموعه مفروض از امتیازات بهره وری متقاطع، تحت اصول انتخاب وزن، جواب های بهینه- پارتو هستند یا خیر. در مرحله دوم، یک مدل بهبود پارتوی بهره وری متقاطع معرفی کردیم تا بهبود پارتوی امتیازات بهره وری متقاطع DMUها را انجام دهد. و سرانجام، بر پایه این دو مدل، یک الگوریتم پیشنهاد گردید تا بهره وری های متقاطی تولید شوند که به عنوان بهینه پارتو برای DMUها به اثبات برسند و نتوانند بیش از این توسعه پیدا کنند.

روشی که ما ارائه کردیم، دست کم چهار مزیت برای ارزیابی بهره وری متقاطع دارد. اول این که به دلیل بهینگی پارتوی ارزیابی های متقاطع تولید شده، از مقبولیت بیشتری نزد تمام DMUها برخوردار است. دوم این که مثال عددی نشان می دهد که الگوریتم پیشنهادی دارای توان خوبی در زمینه بهبود امتیازات حاصل از بهره وری متقاطع DMUها است. سوم این که اگر الگوریتم پیشنهادی در گام ۳ متوقف گردد، رویکرد پیشنهادی، DMUهایی با بهره وری متقاطع هینه-پارتو تولید خواهد کرد که خودارزیابی، ارزیابی جفتی و ارزیابی وزن مشترک را به طور یکپارچه درخواهد آورد. در نهایت، اگر الگوریتم در گام ۳ به پایان برسد و متوقف گردد، پس یک مجموعه کلی از وزن ها می تواند مشخص شود که بهره وری های متقاطع بهینه-پارتو را تولید می کند؛ که این امر دلیل محکم تری برای تمام DMUها در راستای پذیرش نتایج ارزیابی است.

مراجع

مقاله

نام خانوادگی، حرف اول نام.، (تاریخ انتشار). عنوان مقاله. نام نشریه، دوره(جلد)، محل انتشار.

Author, A. A., (2011). Title of journal article. Title of journal, volume number, first page-last page.

Author, A. A., Author, B. B., (2011). Title of journal article: Subtitle of journal article. Title of journal, volume number, first page-last page.

Author, A. A., Author, B. B., Author, C. C., (2011). Title of journal article. Title of journal: Subtitle of journal, volume number (issue number), first page-last page.

10.21859/account-.....

فصلنامه علمی تخصصی مدیریت، حسابداری و اقتصاد ، دوره ۲ ، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۷، ص ۳۰-۳۶
ISSN: 2588-3992
http://www.Tajournals.com

Improving Pareto efficiency by Using Cross-Productivity in Data Envelopment Analysis

Sara Fanati Rashidi
Department of Mathematics, Shiraz Branch, Islamic Azad University Shiraz, Iran
sarafanati@yahoo.com

Abstract

Cross-efficiency evaluation, as an extension tool of data envelopment analysis (DEA), has been widely applied in evaluating and ranking decision making units (DMUs). Unfortunately, the cross-efficiency scores generated may not be Pareto optimal, which has reduced the effectiveness of this method. To solve this problem, we propose a cross-efficiency evaluation approach based on Pareto improvement, which contains two models (Pareto optimality estimation model and cross-efficiency Pareto improvement model) and an algorithm. The Pareto optimality estimation model is used to estimate whether the given set of cross-efficiency scores are Pareto-optimal solutions. If these cross-efficiency scores are not Pareto optimal, the Pareto improvement model is then used to make cross-efficiency Pareto improvement for all the DMUs. In contrast to other cross efficiency approaches, our approach always obtains a set of Pareto-optimal cross efficiencies under the predetermined weight selection principles for these DMUs.

10.21859/account-.....